


МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)**

**Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики**

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

 Е.А. Журавлева
«25» февраля 2026 г.

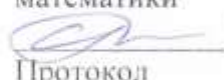
Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Математические методы оптимального управления

По направлению подготовки 01.03.01 Математика
Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании
Квалификация выпускника бакалавр
Форма обучения очная
Курс 4

Разработчик
доцент Скринникова А.В.
Заведующий кафедрой фундаментальной
математики

 Темникова С.В.
Протокол
от «17» января 2025 г. № 6

Луганск, 2026

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Математические методы оптимального управления» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-4	ПК-4.1. Понимает значение фундаментальных математических теорий, концепций и методов для решения прикладных задач, способен использовать их при разработке современных цифровых технологий

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Постановка задачи теории управления. Системы управления и их уравнения.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 2. Свойства линейных многомерных систем управления.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 3. Принципы управления.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 4. Необходимое и достаточное условия экстремума функционала.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 5. Задачи Лагранжа, Майера и Больца.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 6. Каноническая формула Эйлера-Лагранжа. Уравнения Эйлера при ограничениях на управление	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос

Тема 7. Принцип максимума Понтрягина. Динамическое программирование.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Тема 8. Управляемость, наблюдаемость, чувствительность, устойчивость управления.	ПК-4	Выполнение практического задания, устный опрос
Промежуточная аттестация	ПК-4	Экзамен

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК-4	Знает: основные определения и понятия изучаемых разделов математических методов оптимального управления Умеет: применять базовый инструментальный методов оптимального управления для решения прикладных задач управления Владеет: навыками применения изученных методов к решению практических задач.

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
Работа на практических занятиях	20
Контроль самостоятельной работы	30
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические	

		навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для устного опроса

1. Дайте классификацию математических моделей.
2. Дайте структурное представление систем управления.
3. Преобразование структурных схем: декомпозиция, агрегирование.

4. Дайте классификацию систем управления.
5. Сформулируйте задачи проектирования систем управления.
6. Сформулируйте проблемы качества управления.
7. Приведите пример непрерывных линейных стационарных систем управления.
8. Запишите переходную матрицу уравнений состояния системы.
9. Как вычисляется переходная матрица
10. Сформулируйте первый и второй методы Ляпунова.
11. Взаимосвязь методов описания дискретных и непрерывных систем управления.
12. Уравнения состояния дискретных систем управления, переходная матрица.
13. Синтез систем управления, качество управления.
14. Динамические и статические характеристики управления.
15. Сформулируйте законы управления

Вопросы для проведения практических заданий (домашней контрольной работы)

1. Постановка задачи теории управления
2. Системы управления и их уравнения
3. Свойства линейных многомерных систем управления
4. Принципы управления.
5. Задача оптимального управления как вариационная задача
6. Необходимое и достаточное условия экстремума функционала
7. Каноническая формула Эйлера-Лагранжа
8. Уравнения Эйлера при ограничениях на управление
9. Принцип максимума Понтрягина.
10. Принцип динамического программирования.
11. Общность методов оптимального управления и их взаимосвязь.
12. Качественное исследование оптимальных траекторий динамических систем
13. Понятия: управляемость, наблюдаемость, чувствительность систем.
14. Устойчивость управления
15. Анализ дискретных систем управления.
16. Геометрическая разность, альтернированный интеграл
17. Поверхности переключения в линейных дифференциальных играх.
18. Построение адаптивного управления на основе теории дифференциальных игр
19. Применение теории дифференциальных игр к задаче управления самолетом на посадке в условиях ветрового возмущения.
20. Дифференциальная игра с двумя догоняющими и одним убегающим.
21. Свойства геометрической разности
22. Задача синтеза в линейных системах управления.
23. Численное построение стабильных мостов в линейных дифференциальных играх с фиксированным моментом окончания.
24. Неупреждающие стратегии в игровых задачах динамики
25. Применение теорем об отделимости выпуклых множеств к линейным задачам управления.
26. Дайте определение игры малой размерности.
27. Запишите алгоритм для игр малой размерности.
28. Критерии управляемости систем
29. Критерии наблюдаемости систем
30. Сформулируйте постановку задач Лагранжа, Майера и Больца.

Практические задания

1. Даны уравнения состояния системы $\dot{x}_1 = x_2(t)$, $\dot{x}_2 = -2x_1(t) - 3x_2(t) + 2$, $x_1(0) = x_2(0) = 0$. Найти решение уравнений состояния, записать выражение для переходной матрицы.

2. Определить управляемость и наблюдаемость системы, заданной уравнениями

$$\dot{X} = AX + BU, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
$$Y = CX + DU.$$

3. Определить управляемость и наблюдаемость системы, заданной уравнениями

$$\dot{X} = AX + BU, \quad Y = CX. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Найти функцию, удовлетворяющую граничным условиям: при $t = 0$ $x = 0$, при

$t = 1$ $x(1) = 1$ и минимизирующую функционал $J = \int_0^1 \frac{1}{\dot{x}(t)} dt$.

5. Определить линейное оптимальное управление для системы

$$\dot{x}_2 = x_2(t),$$
$$\dot{x}_2 = -x_2(t) + U,$$

принимая во внимание показатель качества $J = \int_0^\infty \left(x_1^2(t) + x_2^2(t) + \frac{1}{9} U(t)^2 \right) dt$

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

1. Управляемость систем.

$$\dot{x}_1 = x_2(t),$$

2. Даны уравнения состояния системы $\dot{x}_2 = -2x_1(t) - 4x_2(t) + 1$,

$$x_1(0) = x_2(0) = 1.$$

Найти решение уравнений состояния, записать выражение для переходной матрицы.

3. Заданы уравнения системы управления

$$\dot{X} = AX + BU, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 20 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
$$Y = CX + DU.$$

Нарисовать структурную схему системы управления.

4. Уравнение Беллмана

$$\dot{x}_1 = x_2(t),$$

5. Даны уравнения состояния системы $\dot{x}_2 = -2x_1(t) - 4x_2(t) + 1$,

$$x_1(0) = x_2(0) = 1.$$

Найти решение уравнений состояния, записать выражение для переходной матрицы.

6. Задано уравнение системы управления $\dot{X} = AX + BU$, $Y = CX$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить управляемость и наблюдаемость системы.

7. Принцип Понтрягина

$$\dot{x}_1 = x_2(t),$$

8. Даны уравнения состояния системы $\dot{x}_2 = -2x_1(t) - 4x_2(t) + 1$,

$$x_1(0) = x_2(0) = 1.$$

Найти решение уравнений состояния, записать выражение для переходной матрицы.

9. Задано уравнение системы управления $\dot{X} = AX + BU$, $Y = CX$.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = [1, \quad 4], \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить управляемость и наблюдаемость системы.

10. Звено усиления. Интегрирующее звено. Характеристики.

11. Построить импульсную переходную матрицу системы с помощью обратного преобразования Лапласа, если динамическая система задана в виде:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 6x_1(t) - x_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

12. Аперiodическое звено. Колебательное звено. Характеристики.

13. Построить импульсную переходную матрицу системы с помощью обратного преобразования Лапласа, если динамическая система задана в виде:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1(t) - 2x_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

14. Дифференцирующее звено. Реально дифференцирующее звено. Характеристики.

15. Задана система управления

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), Y(t) = CX(t) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = [1 \quad 2], \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Определить оптимальный процесс перевода системы из одной точки фазового пространства $t_0 = 0, x_1(0) = -2, x_2(0) = 0$ в другую точку фазового пространства $t_1 = 2, x_1(2) = -2, x_2(2) = 0$ за фиксированный отрезок времени, затрачивая при этом минимум энергии управляющего сигнала $U(t)$.

16. Преобразование Фурье.

17. Задано уравнение системы управления $\dot{X} = AX + BU$, $Y = CX$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = [3, \quad 1], \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Определить оптимальный процесс перевода системы из одной точки фазового пространства $t_0 = 0, x_1(0) = 3, x_2(0) = 0$ в другую точку фазового пространства $t_1 = 4, x_1(4) = 2, x_2(4) = 0$ за фиксированный отрезок времени, затрачивая при этом минимум энергии управляющего сигнала $U(t)$.

18. Преобразование Лапласа.

19. Построить импульсную переходную матрицу системы с помощью обратного преобразования Лапласа, если динамическая система задана в виде:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1(t) + 4x_2(t) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1(t) + 2x_2(t) \end{cases}$$